

## Прототипы задания №10

### 1. Задание 10 (№ 41117)

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  – коэффициент теплового расширения,  $t^{\circ}$  – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 7,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

### 2. Задание 10 (№ 41177)

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p = 400$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 200$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 500000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 1000000 руб.

### 3. Задание 10 (№ 41197)

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  – расстояние в метрах,  $t$  – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,5 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

### 4. Задание 10 (№ 41313)

Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 120 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 350 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

### 5. Задание 10 (№ 41341)

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$ , где  $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

### 6. Задание 10 (№ 41361)

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  – масса воды в килограммах,  $v$  – скорость движения ведерка в м/с,  $L$  – длина веревки в метрах,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 230,4 см? Ответ выразите в м/с.

### 7. Задание 10 (№ 41369)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м – начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{800}$  – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

### 8. Задание 10 (№ 41421)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 9$  м – начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{196}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $b = -\frac{3}{7}$  м/мин – постоянные,  $t$  – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

### 9. Задание 10 (№ 41471)

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{110}$  м<sup>-1</sup>,  $b = \frac{13}{11}$  – постоянные параметры,  $x$  (м) – смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 19 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

### 10. Задание 10 (№ 41497)

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы:  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  – время в минутах,  $T_0 = 1320$  К,  $a = -20$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 200$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

### 11. Задание 10 (№ 41525)

Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  – время в минутах,  $\omega = 45^\circ/\text{мин}$  – начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 6^\circ/\text{мин}^2$  – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки  $\varphi$  достигнет  $4050^\circ$ . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

### 12. Задание 10 (№ 41569)

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 15$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 120$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее, чем в 45 км от города. Ответ выразите в минутах.

### 13. Задание 10 (№ 41635)

Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 30$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 112 метров. Ответ выразите в секундах.

### 14. Задание 10 (№ 41691)

Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой  $m = 13$  кг и радиуса  $R = 4$  см, и двух боковых с массами  $M = 9$  кг и радиусами  $R + h$ . При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см<sup>2</sup>, дается формулой  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ . При каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения 545 кг·см<sup>2</sup>? Ответ выразите в сантиметрах.

### 15. Задание 10 (№ 41741)

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  – длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем  $321126,4 \text{ Н}$ ? Ответ выразите в метрах.

### 16. Задание 10 (№ 41791)

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \alpha \rho g r^3$ , где  $\alpha = 4,2$  – постоянная,  $r$  – радиус аппарата в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ Н/кг}$ ). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем  $2491398 \text{ Н}$ ? Ответ выразите в метрах.

### 17. Задание 10 (№ 41845)

Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры:  $P = \sigma S T^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  – постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  – в градусах Кельвина. Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $S = \frac{1}{81} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $9,12 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$ . Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.

### 18. Задание 10 (№ 41895)

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 80 \text{ см}$ . Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 330 до 350 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 80 до 105 см.

Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком

наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

### 19. Задание 10 (№ 41955)

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 593 \text{ Гц}$ . Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  – скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на

платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 7 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300 \text{ м/с}$ . Ответ выразите в м/с.

### 20. Задание 10 (№ 41987)

По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  – ЭДС источника (в вольтах),  $r = 3 \text{ Ом}$  – его внутреннее сопротивление,  $R$  – сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 25% от силы тока короткого замыкания  $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)

### 21. Задание 10 (№ 41999)

Сила тока в цепи  $I$  (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по

закону Ома:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  – напряжение в вольтах,  $R$  – сопротивление электроприбора в Омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 2,5 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.

### 22. Задание 10 (№ 42049)

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы (в } c^{-1}\text{), } A_0 \text{ — постоянный параметр, } \omega_p = 338c^{-1} \text{ —}$$

резонансная частота. Найдите максимальную частоту  $\omega$ , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину  $A_0$  не более чем на 5,625%. Ответ выразите в  $c^{-1}$ .

### 23. Задание 10 (№ 42113)

В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 72$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление дается формулой

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ (Ом)}, \text{ а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней}$$

должно быть не меньше 18 Ом. Ответ выразите в Омах.

### 24. Задание 10 (№ 54796)

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ ,

где  $T_1$  – температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 50%, если температура холодильника  $T_2 = 250$  К? Ответ дайте в кельвинах.

### 25. Задание 10 (№ 42219)

Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой  $m_B$  (в килограммах) от температуры  $t_1$  до температуры  $t_2$  (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы  $m_{др}$  кг. Он определяется

формулой  $\eta = \frac{c_B m_B (t_2 - t_1)}{q_{др} m_{др}} \cdot 100\%$ , где  $c_B = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К) – теплоёмкость воды,  $q_{др} = 8,3 \cdot 10^6$  Дж/кг –

удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть  $m = 166$  кг воды от  $10^\circ\text{C}$  до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 14%. Ответ выразите в килограммах.

### 26. Задание 10 (№ 42255)

Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 1400$  тонн представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 14$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву,

выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  – масса экскаватора (в тоннах),  $l$  –

длина балок в метрах,  $s$  – ширина балок в метрах,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 250 кПа. Ответ выразите в метрах.

### 27. Задание 10 (№ 42311)

К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 75$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,4$  Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ .

При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 60 В? Ответ выразите в омах.

### 28. Задание 10 (№ 42381)

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0 = 110$  Гц и определяется следующим выражением:  $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 9$  м/с и  $v = 15$  м/с – скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 120 Гц?

### 29. Задание 10 (№ 42439)

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 745 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле  $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$ ,

где  $c = 1500$  м/с – скорость звука в воде,  $f_0$  – частота испускаемых импульсов (в МГц),  $f$  – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 10 м/с.

### 30. Задание 10 (№ 42483)

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,7 километра, приобрести скорость 105 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

### 31. Задание 10 (№ 42519)

При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_0 = 85$  м – длина покоящейся ракеты,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с – скорость света, а  $v$  – скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 68 м? Ответ выразите в км/с.

### 32. Задание 10 (№ 42569)

Наблюдатель находится на высоте  $h$ , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 8 километров? Ответ выразите в метрах.

### 33. Задание 10 (№ 42665)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 12 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 44 километров?

### 34. Задание 10 (№ 42635)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 48 километров?

### 35. Задание 10 (№ 28395)

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 5000$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 100 км/ч.

**36. Задание 10 (№ 42689)**

Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление  $P$  (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле  $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$ , где  $m = 1350$  кг – общая масса навеса и колонны,  $D$  – диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, а  $\pi = 3$ , определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 200000 Па. Ответ выразите в метрах.

**37. Задание 10 (№ 42739)**

Автомобиль, масса которого равна  $m = 1500$  кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение  $t$  секунд остается неизменным, и проходит за это время путь  $S = 300$  метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно  $F = \frac{2mS}{t^2}$ . Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила  $F$ , приложенная к автомобилю, не меньше 1440 Н. Ответ выразите в секундах.

**38. Задание 10 (№ 42787)**

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$ , где  $p$  – давление в газе в паскалях,  $V$  – объем газа в кубических метрах  $k = 5/3$ . Найдите, какой объем  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $3,75 \cdot 10^6$  Па?

**39. Задание 10 (№ 42837)**

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) – начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) – время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 188 мг. Период его полураспада составляет 3 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 47 мг.

**40. Задание 10 (№ 42869)**

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) – давление в газе,  $V$  – объем газа в кубических метрах,  $a$  – положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  увеличение в 3 раза объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 27 раз?

**41. Задание 10 (№ 42963)**

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  – давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  – объем газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объем газа равен 243,2 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объема нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

**42. Задание 10 (№ 42999)**

В телевизоре емкость высоковольтного конденсатора  $C = 4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением  $R = 8 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 14$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,3$  – постоянная.

Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 83,2 с. Ответ дайте в киловольтах.

**43. Задание 10 (№ 43049)**

Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_{\Pi} = 15^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,6$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$ , вода охлаждается от начальной температуры  $T_B = 91^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причем  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_B - T_{\Pi}}{T - T_{\Pi}}$

(м), где  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  – теплоемкость воды,  $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  – коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 0,8$  – постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 144 м.

#### 44. Задание 10 (№ 43097)

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 4$  моля воздуха объемом  $V_1 = 14$  л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ , где  $\alpha = 11,6$  постоянная, а  $T = 300$  К – температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 27840 Дж?

#### 45. Задание 10 (№ 43145)

Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 5$  молей воздуха при давлении  $p_1 = 1,75$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$  (Дж), где  $\alpha = 9,7 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  – постоянная,  $T = 300$  К – температура воздуха,  $p_1$  (атм.) – начальное давление, а  $p_2$  (атм.) – конечное давление воздуха в колоколе. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм.) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 29100 Дж.

#### 46. Задание 10 (№ 43175)

Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полёта составит 2,6 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 13$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

#### 47. Задание 10 (№ 43231)

Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 8$  А – сила тока в рамке,  $B = 7 \cdot 10^{-3}$  Тл – значение индукции магнитного поля,  $l = 0,3$  м – размер рамки,  $N = 250$  – число витков провода в рамке,  $\alpha$  – острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше 0,63 Н·м?

#### 48. Задание 10 (№ 28565)

Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  – время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 240^\circ / \text{с}$ , фаза  $\varphi = -120^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

#### 49. Задание 10 (№ 432732)

Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом  $q = 8 \cdot 10^{-6}$  Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет  $v = 3$  м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции  $B$  которого лежит в той же плоскости и составляет угол  $\alpha$  с направлением движения шарика. Значение индукции поля  $B = 5 \cdot 10^{-3}$  Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная  $F_n = qvB \sin \alpha$  (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла  $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$  шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила  $F_n$  была не менее, чем  $6 \cdot 10^{-8}$  Н? Ответ дайте в градусах.

**50. Задание 10 (№ 43297)**

Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$ , где  $v_0 = 8$  м/с – начальная скорость мячика, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 0,6 м на расстоянии 1 м?

**51. Задание 10 (№ 43333)**

Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле  $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$  (м), где  $v_0 = 12$  м/с – начальная скорость мячика, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 14,4 м?

**52. Задание 10 (№ 43355)**

Плоский замкнутый контур площадью  $S = 0,625$  м находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой  $\varepsilon_i = aS \cos \alpha$  где  $\alpha$  – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру,  $a = 16 \cdot 10^{-4}$  Тл/с – постоянная,  $S$  – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м<sup>2</sup>). При каком минимальном угле  $\alpha$  (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать  $5 \cdot 10^{-4}$  В?

**53. Задание 10 (№ 43473)**

Трактор тащит сани с силой  $F = 30$  кН, направленной под острым углом  $\alpha$  к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной  $S = 160$  м вычисляется по формуле  $A = FS \cos \alpha$ . При каком максимальном угле  $\alpha$  (в градусах) совершенная работа будет не менее 2400 кДж?

**54. Задание 10 (№ 43495)**

Двигаясь со скоростью  $v = 5$  м/с, трактор тащит сани с силой  $F = 90$  кН, направленной под острым углом  $\alpha$  к горизонту. Мощность, развиваемая трактором, вычисляется по формуле  $N = Fv \cos \alpha$ . Найдите, при каком максимальном угле  $\alpha$  (в градусах) эта мощность будет равна 225 кВт (кВт – это  $\frac{\text{кН} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ ).

**55. Задание 10 (№ 43525)**

При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм на дифракционную решетку с периодом  $d$  нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  $\varphi$  (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума  $k$  связаны соотношением  $d \sin \varphi = k\lambda$ . Под каким минимальным углом  $\varphi$  (в градусах) можно наблюдать 3-й максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1800 нм?

**56. Задание 10 (№ 43741)**

Два тела массой  $m = 2$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 10$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 100 джоулей?

**57. Задание 10 (№ 43795)**

Катер должен пересечь реку шириной  $L = 49$  м и со скоростью течения  $u = 0,7$  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где  $\alpha$  – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 70 с?

**58. Задание 10 (№ 43825)**

Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью  $v = 3,6$  м/с под острым углом  $\alpha$  к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью  $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$  (м/с), где  $m = 70$  кг – масса скейтбордиста со скейтом, а  $M = 350$  кг – масса платформы. Под каким максимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до  $0,3$  м/с?

**59. Задание 10 (№ 43873)**

Груз массой  $0,8$  кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  – время с момента начала колебаний,  $T = 12$  с – период колебаний,  $v_0 = 0,9$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  – масса груза в килограммах,  $v$  – скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через  $10$  секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

**60. Задание 10 (№ 43921)**

Груз массой  $0,25$  кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  – время с момента начала колебаний,  $T = 2$  с – период колебаний,  $v_0 = 1,6$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  – масса груза в килограммах,  $v$  – скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через  $56$  секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

**61. Задание 10 (№ 43971)**

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону  $v = 6 \sin \frac{\pi t}{3}$  (см/с), где  $t$  – время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала  $3$  см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

**62. Задание 10 (№ 317189)**

Независимое агентство намерено ввести рейтинг  $R$  новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от  $-3$  до  $3$ .

Аналитик, составляющий формулу, считает, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность – вдвое дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг  $20$ .

**63. Задание 10 (№ 317097)**

Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$$

где  $r_{\text{пок}}$  – средняя оценка магазина покупателями (от  $0$  до  $1$ ),  $r_{\text{экс}}$  – оценка магазина и  $K$  – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно  $24$ , их средняя оценка равна  $0,86$ , а оценка экспертов равна  $0,11$ .

**64. Задание 10 (№ 319959)**

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель – целое число от  $0$  до  $4$ .

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций – втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 4Tr + Q}{A}$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 1.

### 65. Задание 10 (№ 319995)

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель – целое число от 1 до 5.

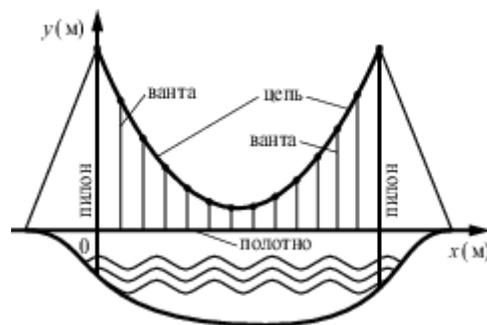
Составители рейтинга считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций – втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 4Tr + Q}{A}$$

Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число  $A$ , при котором это условие будет выполняться.

### 66. Задание 10 (№ 324467)

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой  $y = 0,005x^2 - 0,74x + 25$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 30 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



### Ответы

- |          |            |           |
|----------|------------|-----------|
| 1. 62,5  | 23. 24     | 45. 7     |
| 2. 7500  | 24. 500    | 46. 90    |
| 3. 1,45  | 25. 0,54   | 47. 30    |
| 4. 7     | 26. 2      | 48. 62,5  |
| 5. 1,6   | 27. 1,6    | 49. 30    |
| 6. 4,8   | 28. 279    | 50. 45    |
| 7. 800   | 29. 755    | 51. 45    |
| 8. 42    | 30. 7875   | 52. 60    |
| 9. 110   | 31. 180000 | 53. 60    |
| 10. 4    | 32. 5      | 54. 60    |
| 11. 25   | 33. 700    | 55. 90    |
| 12. 45   | 34. 178,75 | 56. 90    |
| 13. 7    | 35. 1      | 57. 45    |
| 14. 3    | 36. 0,3    | 58. 60    |
| 15. 3,2  | 37. 25     | 59. 0,243 |
| 16. 3,9  | 38. 8      | 60. 0,32  |
| 17. 6000 | 39. 6      | 61. 0,5   |
| 18. 336  | 40. 3      | 62. 0,9   |
| 19. 3,5  | 41. 7,6    | 63. 0,71  |
| 20. 9    | 42. 3,5    | 64. 32    |
| 21. 88   | 43. 34     | 65. 9     |
| 22. 78   | 44. 3,5    | 66. 7,3   |